

MAŁGORZATA MARKOWSKA

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu, Polska / Wrocław University of Economics and Business, Poland

ANDRZEJ SOKOŁOWSKI

Uniwersytet Andrzeja Frycza Modrzewskiego w Krakowie, Polska / Andrzej Frycz Modrzewski Krakow University, Poland

JACEK WYCHOWANEK

Wyższa Szkoła Zarządzania i Przedsiębiorczości w Wałbrzychu, Polska / Wałbrzych Higher School of Management and Entrepreneurship, Poland

## Iteracyjne elastyczne rangowanie województw Polski ze względu na poziom rozwoju przemysłu

### Iterative flexible ranking of Poland's provinces with respect to industry development level

**Streszczenie:** Zagadnienie porządkowania liniowego (rangowania) administracyjnych jednostek geograficznych jest szeroko reprezentowane w literaturze statystycznej i w regionalistyce. Kluczowym problemem jest wybór dostępnych cech statystycznych charakteryzujących kryterium ogólne, według którego można pogrupować obiekty. Do każdego z zagadnień merytorycznych nie sposób wskazać najlepszego zestawu zmiennych. Zawsze jest to – w pewnym sensie – subiektywny wybór badacza. W pracy zaproponowano metodę rangowania, która dopuszcza wykorzystywanie niejednakowych zestawów cech dla różnych obiektów. Wyjściowa lista zmiennych jest taka sama dla wszystkich obiektów. Następnie zmienne są standaryzowane i w kolejnych krokach, dla danego obiektu, eliminowana jest zmienna z największym modułem wartości standaryzowanej – czyli ta zmienna, która najbardziej odróżnia dany obiekt od pozostałych. Procedura jest połączeniem wcześniej zaproponowanych metod – porządkowania elastycznego (kolejne eliminowanie wartości ekstremalnych; Sokołowski, Markowska, 2019) oraz porządkowania iteracyjnego (ponownej standaryzacji w każdym kroku procedury; Sokołowski, Markowska, 2017). Kluczowe jest śledzenie, jak zmienia się ranking w trakcie eliminowania wartości różnych cech dla różnych obiektów. Jako ilustrację metody przedstawiono elastyczny ranking województw Polski ze względu na poziom rozwoju przemysłu. Wyjściowy zestaw obejmuje 14 cech statystycznych dostępnych w *Roczniku Statystycznym Województw 2021* (GUS, 2022).

**Abstract:** Linear ordering or ranking of administrative geographical units is widely found in statistical and regional literature. The selection of available variables to characterize general criteria is a key problem in such ordering and it is impossible to name the ideal list of variables for any practical problem as the selection is always somehow subjective. The method proposed in the article allows non-identical sets of variables to be used. The initial list of variables being standardized is the same for all but at each step one variable is eliminated – the one with the highest modulus of standardized value. The procedure combines two previously proposed methods – flexible ordering with step-wise elimination of extreme values (Sokołowski, Markowska, 2019), and iterative ordering with new standardization at each step (Sokołowski, Markowska, 2017). It is important to study how the ranking changes with each step of variable elimination – possibly different variables are eliminated for different objects. The flexible ranking of Poland's provinces, characterized by the level of industry, is presented as an illustrative example. The initial list of characteristics consists of 14 variables published in Poland's Provinces Yearbook 2021 (GUS, 2022).

**Słowa kluczowe:** porządkowanie liniowe; przemysł; ranking; województwa; wskaźnik agregatowy

**Keywords:** aggregate index; industry; linear ordering; provinces; ranking

**Otrzymano:** 18 stycznia 2025

**Received:** 18 January 2025

**Zaakceptowano:** 11 marca 2025

**Accepted:** 11 March 2025

**Sugerowana cytacja / Suggested citation:**

Markowska, M., Sokołowski, A., Wychowanek, J. (2025). Iteracyjne elastyczne rangowanie województw Polski ze względu na poziom rozwoju przemysłu. *Prace Komisji Geografii Przemysłu Polskiego Towarzystwa Geograficznego*, 39(1), 21–32. doi: <https://doi.org/10.24917/20801653.391.2>

## WSTĘP

Ze względu na różne kryteria ogólne rangowanie obiektów jest zagadnieniem popularnym w wielu dziedzinach wiedzy. Istnieją rankingi państw, miast, województw, powiatów, szkół, uczelni wyższych, szpitali, drużyn sportowych itp. Jednym z bardziej popularnych rankingów jest ogłaszany corocznie Human Development Index. Przykłady rangowania obiektów geograficznych można znaleźć m.in. w następujących pracach: Bennett (1937), Hellwig (1968), Freudenberg (2003), Bandura (2008), De Muro, Mazziotta, Pareto (2009). We wszystkich zastosowaniach występują problemy merytoryczne i metodologiczne – zostały one przedstawione m.in. w: Shimura (1973), Abrahamowicz (1985), Dziechciarz (2006), Handbook (2008), Bandura (2008), Bąk (2016). Od strony metod istotny jest wybór sposobu doprowadzania zmiennych do porównywalności oraz wybór metody agregacji (są trzy główne podejścia – agregacja addytywna, agregacja multiplikatywna oraz liczenie odległości do wzorca lub antywzorca). Na podstawie wielu zastosowań można pokusić się o stwierdzenie, że poszczególne podejścia w nieznacznym stopniu różnicują ostateczne wyniki. Niewątpliwie większe znaczenie mają wybory merytoryczne – czyli lista cech (zmiennych) oraz system wag. Ważenie zmiennych łączy w sobie decyzje merytoryczne i metodologiczne. Nie można jednak wskazać jednego podejścia, które mogłoby być uznane za najlepsze. Przy rangowaniu najpierw należy określić tzw. kryterium ogólne, np. jakość życia, poziom rozwoju gospodarczego, stan środowiska naturalnego, jakość wyższej uczelni itp. Takich kryteriów ogólnych nie sposób zadowalająco i wyczerpująco wyrazić za pomocą jednej zmiennej. I tu ponownie nie mamy najlepszych zestawów zmiennych do poszczególnych kryteriów ogólnych. Niemal zawsze można dyskutować o trafności zmiennych przyjętych w konkretnym badaniu, ewentualnych zmiennych pominiętych, liczbie zmiennych (wspomniany HDI wykorzystuje tylko cztery zmienne), a nawet zastosowanych jednostkach miary (waluty, przeliczenia na liczbę mieszkańców, powierzchnię, liczbę narażonych itp.).

Celem pracy jest zaproponowanie metody porządkowania obiektów, która w pewnym sensie osłabia znaczenie zagadnienia wyboru zmiennych diagnostycznych. Metoda ta jest połączeniem idei zaprezentowanych w pracach Sokołowskiego i Markowskiej (2017, 2019, 2021). Proponowane podejście zastosowano do porządkowania województw z punktu widzenia poziomu rozwoju przemysłu, głównie według danych z roku 2021 (GUS, 2022).

## METODA

Przedstawiana procedura jest połączeniem wcześniej proponowanych metod – porządkowania elastycznego (kolejne eliminowanie wartości ekstremalnych; Sokołowski,

Markowska, 2019) oraz porządkowania iteracyjnego (ponownej standaryzacji w każdym kroku procedury; Sokołowski, Markowska, 2017). Kluczowe jest śledzenie tego, jak zmienia się ranking w trakcie eliminowania wartości różnych cech dla różnych obiektów.

Ponadto w przebiegu porządkowania wykorzystuje się podejście klasyczne. Najpierw definiuje się pewne kryterium ogólne, a następnie ustala się listę zmiennych, które mierzą zjawisko według tego kryterium, jak również charakter zmiennych (stymulanty, destymulanty, nominanty). Zmienne doprowadza się do porównywalności za pomocą następujących wzorów:

$$x_i^* = \frac{x_i - \min_i\{x_i\}}{\max_i\{x_i\} - \min_i\{x_i\}} \quad \text{dla stymulant,} \quad (1)$$

$$x_i^* = \frac{\max_i\{x_i\} - x_i}{\max_i\{x_i\} - \min_i\{x_i\}} \quad \text{dla destymulant,} \quad (2)$$

gdzie:

$i$  – numer obiektu,

$x_i$  – oryginalna wartość zmiennej,

$x_i^*$  – znormalizowana wartość zmiennej.

Wskaźnik agregatowy oblicza się według wzoru (3).

$$W_i = \frac{s}{m} \sum_{j=1}^m x_{ij}^* \quad (3)$$

gdzie:

$j$  – numer zmiennej,

$m$  – liczba zmiennych,

$s$  – maksymalna wartość wskaźnika agregatowego, zazwyczaj 1 lub 100.

W niniejszych rozważaniach przyjmujemy wagi równe, jednak możliwe jest wprowadzenie dowolnego systemu oceny ważności zmiennych. W proponowanej metodzie wyjściowa lista zmiennych jest jednakowa dla wszystkich obiektów. Następnie zmienne są standaryzowane i w kolejnych krokach, dla danego obiektu, eliminowana jest zmienna z największym modułem wartości standaryzowanej – czyli ta zmienna, która najbardziej odróżnia dany obiekt od pozostałych. W metodzie wykorzystywana jest zarówno klasyczna standaryzacja (*wartość – średnia*) / *odchylenie standardowe*, jak i normalizacja według wzorów (1) i (2).

Algorytm proponowanej metody przedstawia się następująco:

1. standaryzacja,
2. dla każdego obiektu eliminowanie zmiennej z największym modułem wartości standaryzowanej,
3. powtórna standaryzacja,
4. normalizacja,
5. wskaźnik agregatowy według wzoru (3),
6. rangowanie obiektów według wartości wskaźnika agregatowego,
7. powrót do kroku (1).

Po każdej iteracji otrzymujemy nowe wartości wskaźnika agregatowego i nowy ranking. Procedura zatrzymuje się w sposób naturalny, gdy w którejsz ze zmiennych pozostanie tylko jedna wartość (lub wszystkie wartości są takie same), gdyż wówczas nie można przeprowadzić standaryzacji (odchylenie standardowe jest równe 0). W trakcie obliczeń warto jednak śledzić zmiany w rankingu zachodzące podczas kolejnych iteracji. W tym celu proponujemy miarę o nazwie *P-elastyczność rzędu k*. Najpierw ustalamy wartość *P*, z przedziału [0;1], ale bliską jedności. Jest to wartość graniczna miary zmian uporządkowania wyjściowego. Określa ona, na jakim poziomie – co najmniej – powinno wystąpić podobieństwo rankingu uzyskanego w trakcie kolejnych eliminacji w stosunku do rankingu początkowego. W praktyce uporządkowania porównujemy za pomocą współczynnika korelacji rangowej (najczęściej współczynnikiem Spearmana). Wartość tego współczynnika nie powinna być mniejsza od *P*. Im wyższy jest rząd elastyczności *k*, tym bardziej stabilna i niezależniona od *P* jest klasyfikacja. Porównujemy porządek dla kolejnych *k* (liczba iteracji; liczba wartości standaryzowanych usuniętych dla poszczególnych obiektów) z porządkiem wyjściowym ( $k = 0$ ). Porządek jest rzędu *k*, jeżeli miara zgodności uporządkowania jest po raz pierwszy mniejsza od *P* dla  $k + 1$ .

## RANGOWANIE WOJEWÓDZTW ZE WZGLĘDU NA POZIOM ROZWOJU PRZEMYSŁU

W pracy wykorzystano dane statystyczne zamieszczone w *Roczniku Statystycznym Województw 2021* (GUS, 2022). Zidentyfikowano następujące zmienne charakteryzujące poziom rozwoju przemysłu w województwach Polski:

- współczynnik aktywności zawodowej ludności w wieku 15–89 lat w 2021 r. na podstawie BAEL (X1),
- stopa bezrobocia w % (X2),
- koszty pracy w 2020 r. na 1 osobę zatrudnioną – przeciętne miesięczne w zł (X3),
- osoby poszkodowane w wypadkach podczas pracy na 1000 osób pracujących (wskaźnik wypadkowości) w przemyśle (X4),
- wynagrodzenia w przemyśle w 2021 r. – przeciętne miesięczne brutto (X5),
- przedsiębiorstwa, które wprowadziły innowacje w latach 2019–2021 w % ogółu przedsiębiorstw (X6),
- produkcja sprzedana przemysłu w 2021 r. na 1 mieszkańca w zł – ceny bieżące (X7),
- nakłady inwestycyjne w przemyśle w 2021 r. w mld zł (X8),
- wartość brutto środków trwałych w przemyśle w 2021 r. w mld zł (X9),
- wartość dodana brutto w przemyśle na 1 osobę pracującą w 2020 r. w zł (X10),
- pracujący w przemyśle do ogółu pracujących (X11),
- pracujący w przemyśle na 1000 osób (X12),
- nakłady inwestycyjne w przemyśle na 1 osobę zatrudnioną w 2021 r. (X13),
- wartość brutto środków trwałych w przemyśle na 1 osobę zatrudnioną w 2021 r. (X14).

Stopa bezrobocia (X2) oraz wskaźnik wypadkowości (X4) zostały uznane za de-stymulanty. Wyjściowe dane statystyczne przedstawiono w tabeli 1. Z zestawionych informacji wynika, że województwa są bardzo zróżnicowane pod względem zmiennych wybranych do oceny poziomu rozwoju przemysłu. Zmienne, których poziom najmniej różnicował województwa, to X1, X3 oraz X5 (współczynnik zmienności mniejszy niż 10%). Zmienne te charakteryzowała mniejsza od 1,5 relacja wartości skrajnych: X3 (1,43),

Tabela 1. Dane statystyczne i podstawowe statystyki

Województwo	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14
Dolnośląskie	58,4	4,0	7480,61	9,38	6512,07	22,7	66360	15591,1	177460,4	207694	25,06	98,01	54,763	0,623
Kujawsko-pomorskie	57,4	4,4	6156,39	10,34	4981,73	16,3	40222	5609,4	67905,7	156691	24,72	85,33	32,425	0,393
Lubelskie	56,8	5,2	6466,79	9,43	5241,91	19,8	25034	4290,3	48626,1	147881	16,79	56,57	36,955	0,419
Lubuskie	55,5	3,7	6133,01	10,01	5271,87	14,4	48188	3177,9	52902,0	166062	26,52	90,94	35,257	0,587
Łódzkie	57,8	4,4	6433,94	7,71	5439,59	18,7	45489	5964,2	106303,8	175579	24,32	94,43	26,205	0,467
Małopolskie	57,0	3,2	7118,82	6,45	5557,15	22,3	42742	7655,9	99714,4	152236	18,99	74,02	30,134	0,392
Mazowieckie	61,9	2,8	8338,75	6,24	6268,24	24,8	73849	20604,7	238848,1	241257	13,87	66,36	56,300	0,653
Opolskie	58,0	2,6	6435,36	10,87	5388,77	17,5	43463	3026,6	51664,6	170994	26,56	87,63	36,198	0,618
Podkarpackie	52,9	4,8	6093,98	6,32	4969,31	23,8	31895	4681,4	73227,8	139584	26,04	87,57	25,539	0,399
Podlaskie	57,7	3,2	6080,01	11,45	5089,63	23,1	33119	2370,5	31565,9	160682	18,75	64,05	32,062	0,427
Pomorskie	59,4	2,3	6762,72	9,63	5719,95	23,7	52251	5082,7	76078,6	159447	21,39	79,05	27,276	0,408
Śląskie	55,3	2,9	6875,52	10,13	6193,58	22,1	63764	14869,4	246513,3	157880	29,07	111,63	30,252	0,502
Świętokrzyskie	55,8	4,4	6144,92	8,49	5000,80	15,1	32530	2531,1	36235,3	159027	21,02	70,51	30,000	0,429
Warmińsko-mazurskie	55,2	3,5	5815,22	9,86	4809,41	21,1	29674	3104,6	39495,7	136324	25,74	79,03	28,422	0,362
Wielkopolskie	60,6	2,2	6870,32	9,67	5397,36	18,2	63975	10804,0	148055,9	160824	26,02	113,15	27,244	0,373
Zachodniopomorskie	55,4	3,6	6704,31	10,88	5266,84	12,6	35102	3761,6	54592,3	152249	20,86	69,59	32,607	0,473
Podstawowe statystyki														
Maksimum	61,9	5,2	8338,75	11,45	6512,07	24,8	73849	20604,7	246513,3	241257	29,07	113,15	56,30	0,653
Minimum	52,9	2,2	5815,22	6,24	4809,41	12,6	25034	2370,5	31565,9	136324	13,87	56,57	25,54	0,362
max/min	1,2	2,4	1,43	1,83	1,35	2,0	3	8,7	7,8	2	2,10	2,00	2,20	1,804
Średnia	57,2	3,6	6619,42	9,18	5444,26	19,8	45479	7070,3	96824,4	165276	22,86	82,99	33,85	0,470
Mediana	57,2	3,55	6451,08	9,65	5330,32	20,5	43103	4882,1	70566,8	159237	24,52	82,19	31,16	0,428
Odchylenie standardowe	2,2	0,9	636,92	1,67	499,45	3,8	14810	5492,5	69722,1	25942	4,19	16,28	9,13	0,097
Współczynnik zmienności	3,9	25,2	9,62	18,18	9,17	19,1	33	77,7	72,0	16	18,34	19,62	26,97	20,661

Źródło: Rocznik Statystyczny Województw 2021, GUS, 2022

Tabela 2. Dane standaryzowane zmiennych przy  $k = 0$  (pogrubioną czcionką zaznaczono największe moduły w wierszach)

Województwo	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14
Dolnośląskie	0,537	0,471	1,352	0,121	2,138	0,779	1,410	1,551	1,157	1,635	0,526	0,922	<b>2,290</b>	1,575
Kujawsko-pomorskie	0,092	0,915	-0,727	0,696	<b>-0,926</b>	-0,919	-0,355	-0,266	-0,415	-0,331	0,445	0,144	-0,156	-0,801
Lubelskie	-0,175	<b>1,803</b>	-0,240	0,151	-0,405	0,010	-1,380	-0,506	-0,691	-0,671	-1,447	-1,623	0,340	-0,530
Lubuskie	-0,754	0,139	-0,764	0,498	-0,345	<b>-1,423</b>	0,183	-0,709	-0,630	0,030	0,873	0,488	0,154	1,201
Łódzkie	0,270	<b>0,915</b>	-0,291	-0,880	-0,009	-0,282	0,001	-0,201	0,136	0,397	0,350	0,702	-0,838	-0,034
Małopolskie	-0,086	-0,416	0,784	<b>-1,635</b>	0,226	0,673	-0,185	0,107	0,041	-0,503	-0,922	-0,551	-0,407	-0,802
Mazowieckie	2,096	-0,860	2,699	-1,761	1,650	1,336	1,916	2,464	2,037	<b>2,929</b>	-2,145	-1,021	2,458	1,877
Opolskie	0,359	-1,082	-0,289	1,014	-0,111	-0,600	-0,136	-0,736	-0,648	0,220	0,883	0,285	0,257	<b>1,520</b>
Podkarpackie	<b>-1,912</b>	1,359	-0,825	-1,713	-0,951	1,071	-0,917	-0,435	-0,338	-0,990	0,758	0,281	-0,910	-0,730
Podlaskie	0,225	-0,416	-0,847	<b>1,361</b>	-0,710	0,885	-0,835	-0,856	-0,936	-0,177	-0,979	-1,163	-0,196	-0,447
Pomorskie	0,983	<b>-1,414</b>	0,225	0,270	0,552	1,045	0,457	-0,362	-0,298	-0,225	-0,351	-0,242	-0,720	-0,639
Śląskie	-0,843	-0,749	0,402	0,570	1,500	0,620	1,235	1,420	<b>2,147</b>	-0,285	1,482	1,759	-0,394	0,321
Świętokrzyskie	-0,621	0,915	-0,745	-0,413	-0,888	<b>-1,237</b>	-0,874	-0,826	-0,869	-0,241	-0,439	-0,767	-0,422	-0,421
Warmińsko-mazurskie	-0,888	-0,083	-1,263	0,408	<b>-1,271</b>	0,355	-1,067	-0,722	-0,822	-1,116	0,688	-0,243	-0,595	-1,120
Wielkopolskie	1,517	-1,525	0,394	0,294	-0,094	-0,415	1,249	0,680	0,735	-0,172	0,755	<b>1,852</b>	-0,724	-0,999
Zachodniopomorskie	-0,799	0,028	0,133	1,020	-0,355	<b>-1,900</b>	-0,701	-0,602	-0,606	-0,502	-0,476	-0,823	-0,136	0,030

Źródło: obliczenia własne

Tabela 3. Dane standaryzowane zmiennych przy  $k = 1$  (pogrubioną czcionką zaznaczono największe moduły w wierszach)

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14
Województwo	0,460	0,668	1,352	0,113	2,046	0,595	1,410	1,551	1,531	<b>2,832</b>	0,526	1,162		1,772
Dolnośląskie	-0,040	1,187	-0,727	0,754		<b>-1,761</b>	0,355	-0,266	-0,320	-0,210	0,445	0,297	-0,004	-0,740
Kujawsko-pomorskie	-0,340		-0,240	0,146	-0,581	-0,473	-1,380	-0,506	-0,646	-0,735	-1,447	<b>-1,666</b>	0,601	-0,453
Lubelskie	-0,990	0,279	-0,764	0,533	-0,519		0,183	-0,709	-0,574	0,349	0,873	0,679	0,374	<b>1,376</b>
Lubuskie	0,160		-0,291	<b>-1,003</b>	-0,172	-0,878	0,001	-0,201	0,329	0,916	0,350	0,917	-0,836	0,071
Łódzkie	-0,240	-0,369	0,784	0,071	0,447	0,447	-0,185	0,107	0,217	-0,476	<b>-0,922</b>	-0,475	-0,311	-0,740
Małopolskie	2,211	-0,888	2,699	-1,985	1,542	1,367	1,916	2,464	2,569	0,643	-2,145	-0,997	<b>3,185</b>	2,091
Mazowieckie	0,260	-1,147	-0,289	1,108	-0,277	<b>-1,319</b>	-0,136	-0,736	-0,595	0,643	0,883	0,454	0,500	
Opolskie	1,706	1,706	-0,825	<b>-1,931</b>	-1,144	0,999	-0,917	-0,435	-0,230	-1,230	0,758	0,449	-0,924	-0,664
Podkarpackie	0,110	-0,369	-0,847		-0,896	0,742	-0,835	-0,856	-0,934	0,028	-0,979	<b>-1,155</b>	-0,053	-0,365
Podlaskie	0,960		0,225	0,280	0,408	<b>0,963</b>	0,457	-0,362	-0,182	-0,046	-0,351	-0,132	-0,692	-0,569
Pomorskie	-1,091	-0,758	0,402	0,614	1,388	0,374	1,235	1,420		-0,139	1,482	<b>2,091</b>	-0,295	0,446
Śląskie	-0,840	<b>1,187</b>	-0,745	-0,482	-1,079		-0,874	-0,826	-0,855	-0,071	-0,439	-0,715	-0,328	-0,338
Świętokrzyskie	-1,141	0,020	-1,263	0,433		0,006	-1,067	-0,722	-0,800	<b>-1,424</b>	0,688	-0,133	-0,539	-1,077
Warmińsko-mazurskie	1,561	<b>-1,666</b>	0,394	0,306	-0,259	-1,062	1,249	0,680	1,034	0,037	0,755		-0,697	-0,949
Wielkopolskie	-1,041	0,150	0,133	<b>1,115</b>	-0,529		-0,701	-0,602	-0,545	-0,475	-0,476	-0,777	0,020	0,138
Zachodniopomorskie														

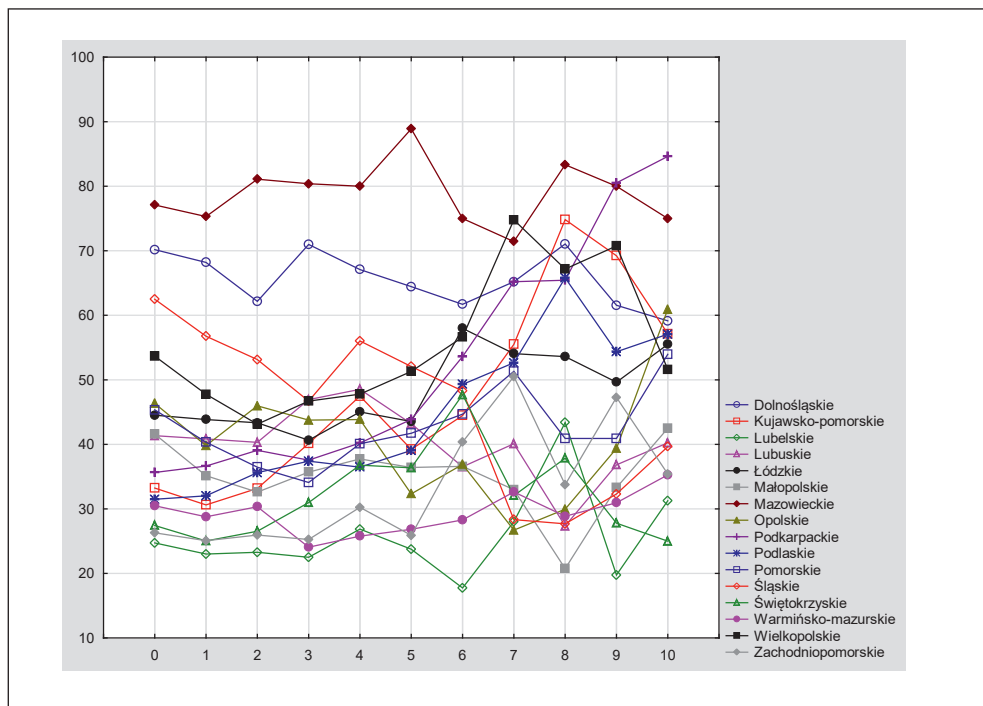
Źródło: obliczenia własne

X5 (1,35) i X1 (1,17). Wyższy niż 70% współczynnik zmienności dotyczył dwóch zmiennych: X8 i X9, a relacja max/min wynosiła odpowiednio 8,69 i 7,81. Warmińsko-mazurskie to województwo, w którym było najwięcej wartości minimalnych (cztery zmienne: X3, X5, X10 i X14), najwięcej wartości najkorzystniejszych (dziewięć zmiennych) charakteryzowało zaś województwo mazowieckie.

Wyniki standaryzacji dla tych danych zamieszczono w tabeli 2 (czcionką pogrubioną zaznaczono największe moduły w wierszach). W kolejnej iteracji wartości te są usuwane. Następnie należy dokonać nowej standaryzacji bez wartości usuniętych. Wyniki przedstawiono w tabeli 3, gdzie zaznaczono wartości do usunięcia w kolejnej iteracji.

Ograniczenia wynikające z możliwości wyliczenia danych standaryzowanych umożliwiły dokonanie 10 iteracji. W każdej z nich obliczano wskaźnik agregatowy, w którym przyjęto, że  $s = 100$ . Jego kształtowanie się w kolejnych iteracjach przedstawiono na rycinie 1. Można zauważyć, że do  $k = 5$  wskaźnik zachowuje względną stabilizację i porządek obiektów zmienia się w niewielkim stopniu.

Rycina 1. Kształtowanie się wskaźnika agregatowego w kolejnych iteracjach



Źródło: opracowanie własne

Stabilność uporządkowań można ocenić, obliczając współczynnik korelacji rangowej Spearmana między porządkiem wyjściowym ( $k = 0$ ) a porządkami po kolejnych iteracjach. Wyniki przedstawiono w tabeli 4.



Tabela 4. Współczynniki korelacji rangowej Spearmana przedstawiające zmiany uporządkowań

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
r	1	0,953	0,932	0,847	0,850	0,824	0,621	0,406	0,232	0,438	0,574

Źródło: obliczenia własne

Potwierdza się względna stabilność uporządkowań w początkowych iteracjach. Można stwierdzić, że *0,8-elastyczność jest rzędu 5*. Upoważnia nas to do policzenia średniego wskaźnika agregatowego dla iteracji od 0 do 5, co z kolei pozwala ustalić ostateczny ranking województw według poziomu rozwoju przemysłu. Ranking ten przedstawiono w tabeli 5.

Tabela 5. Ranking województw ze względu na poziom rozwoju przemysłu w 2021 r.

Pozycja w rankingu	Województwo	Wskaźnik agregatowy
1	Mazowieckie	80
2	Dolnośląskie	67
3	Śląskie	55
4	Wielkopolskie	48
5	Lubuskie	44
6	Łódzkie	43
7	Opolskie	42
8	Pomorskie	40
9	Podkarpackie	39
10	Kujawsko-pomorskie	37
11	Małopolskie	37
12	Podlaskie	35
13	Świętokrzyskie	31
14	Warmińsko-mazurskie	28
15	Zachodniopomorskie	26
16	Lubelskie	24

Źródło: obliczenia własne

Ostatnie w rankingu – z uwagi na poziom rozwoju przemysłu w 2021 r. – okazało się województwo lubelskie, w którym trzy zmienne miały wartości najmniej korzystne (X2, X7, X12), a jedna miała poziom drugi najmniejszy pod względem wartości (X11). Tylko trzy województwa miały wskaźnik agregatowy powyżej 50: mazowieckie, dolnośląskie i śląskie. Wskaźnik poniżej 30 dotyczył województw warmińsko-mazurskiego, zachodniopomorskiego i lubelskiego. Interesujące będzie porównanie wskaźników na podstawie danych z następnych lat i ocena ewentualnych zmian w rankingu oraz w wartościach wskaźnika agregatowego poziomu rozwoju przemysłu w województwach Polski.

## PODSUMOWANIE

Zaproponowana metoda może być stosowana do porządkowania dowolnych obiektów opisanych wieloma zmiennymi statystycznymi. W pewnym stopniu osłabia ona ważność dyskusji nad optymalną listą cech dla danego kryterium ogólnego. Przede wszystkim jednak pozwala uniknąć efektu nadmiernego wpływu pojedynczej zmiennej na wyniki rankingu. W rangowaniu krajów Unii Europejskiej ze względu na poziom życia lub inne aspekty gospodarcze taką zmienną jest poziom dochodu narodowego. Wartości dla Luksemburga i Irlandii zdecydowanie przewyższają PKB w innych krajach, ale jest to głównie efekt księgowy, a nie siła gospodarki. Owa zmienna sztucznie winduje te dwa kraje w rankingach. W proponowanej metodzie w kolejnych iteracjach wskaźniki agregatowe dla poszczególnych obiektów liczone są na podstawie niejednakowych zestawów zmiennych. Wydaje się, że nie jest to cecha dyskwalifikująca metodę, gdyż eliminowane są aktualne wartości odstające zmiennych w niektórych obiektach – bez eliminowania całej zmiennej. Jeżeli dany obiekt ma wysokie wartości wielu zmiennych z listy początkowej, to proces eliminacji mu nie zaszkodzi. Widać to na przykładzie przedstawionej analizy poziomu rozwoju przemysłu. Do piątej iteracji czołowe pozycje czterech województw są niezagrożone i wskaźniki agregatowe wyraźnie je wyróżniają.

Przedstawiona propozycja stanowi alternatywę dla dotychczas znanych metod postępowania badawczego w zakresie porządkowania obiektów i wnosi nowy głos do dyskusji nad możliwymi metodami badawczymi rangowania obiektów (w tym jednostek terytorialnych) pod względem różnych kryteriów przyjętych w analizie.

## Literatura

## References

- Abrahamowicz, M. (1985). *Porządkowanie obiektów wielowymiarowych w przestrzeniach cech diagnostycznych*, praca doktorska, Akademia Ekonomiczna w Krakowie.
- Bandura, R. (2008). A Survey of Composite Indices Measuring Country Performance: 2008 Update. *UNDP/ODS Working Papers*. New York
- Bąk, A. (2016). Porządkowanie liniowe obiektów metodą Hellwiga i TOPSIS – analiza porównawcza. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, 426, 22–32.
- Bennett, M.K. (1937). On Measurement of Relative National Standards of Living. *The Quarterly Journal of Economics*, 51, 2, 317–336.
- De Muro, P., Mazziotta, M., Pareto, A. (2009). Composite Indices for Multidimensional Development and Poverty: An Application to MDG Indicators. *Social Indicators Research*, 104, 1–18.
- Dziechciarz, J. (2006). Wskaźniki syntetyczne. Polskie dokonania a doświadczenia międzynarodowe. W: A. Zeliś (red.), *Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych*. Kraków: Akademia Ekonomiczna w Krakowie, 239–252.
- Freudenberg, M. (2003). Composite Indicators of Country Performance. A Critical Assessment. *OECD Science, Technology and Industry Working Papers*, 2003/16.
- GUS. (2022). *Rocznik Statystyczny Województw 2021*. Warszawa: Główny Urząd Statystyczny.
- Handbook on Constructing Composite Indicators: Methodology and User Guide*. (2008). OECD Publishing, Paris.
- Hellwig, Z. (1968). Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowanych kadr. *Przegląd Statystyczny*, 4, 307–327.
- Shimura, M. (1973). Fuzzy Sets Concept in Rank-Ordering Objects. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 43, 717–733.
- Sokołowski, A., Markowska, M. (2017). Iteracyjna metoda liniowego porządkowania obiektów wielocechowych. *Przegląd Statystyczny*, LXIV, 2, 153–161.

- Sokołowski, A., Markowska, M. (2019). *Elastyczne porządkowanie liniowe obiektów*. XXVIII Konferencja Naukowa Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych Polskiego Towarzystwa Statystycznego. Szczecin: Uniwersytet Szczeciński, 18–20 września 2019 r.
- Sokołowski, A., Markowska, M. (2021). Flexible Clustering. W: T. Chadjipadelis, B. Lausen, A. Markos, T.R. Lee, A. Montanari, R. Nugent (red.), *Data Analysis and Rationality in a Complex World*. Cham: Springer International Publishing, 253–260.

**Małgorzata Markowska**, profesor Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Katedra Gospodarki Regionalnej. Jest członkiem Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych, Polskiego Towarzystwa Statystycznego, Polskiego Towarzystwa Ekonomicznego oraz Regional Studies Association. Realizuje badania naukowe dotyczące pomiaru, oceny, zróżnicowania, dynamiki zmian takich zjawisk jak: rozwój, konkurencyjność, gospodarka oparta na wiedzy, inteligentne specjalizacje, konwergencja i innowacyjność w europejskiej przestrzeni na szczeblu regionalnym z wykorzystaniem metod ekonometrycznych. Jest autorką lub współautorką ponad 100 artykułów naukowych, monografii (*Dynamiczna taksonomia innowacyjności regionów*) oraz 25 rozdziałów w monografiach. Współpracowała w realizacji 12 grantów finansowanych z funduszy ministerialnych i Narodowego Centrum Nauki oraz kilku projektów unijnych.

**Małgorzata Markowska**, is an associate professor at the Regional Economics Chair of Wrocław University of Economics and Business. She is a member of Polish Classification Society, the Polish Statistical Association, the Polish Economic Association, and the Regional Studies Association. Her research deals with econometric measurement, evaluation, variability and dynamics of development, competitiveness, the knowledge-based economy, smart specializations, and convergence and innovativeness in European regional space. As an author or co-author she published more than 110 academic papers and 25 chapters in books, and recently her own book: "Dynamic Taxonomy of Regions' Innovativeness". She has taken part in 12 academic projects financed by the Polish National Centre of Science and the European Union, and in projects for governmental, local administration and business units.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4879-0112>

**Adres / Address:**

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu  
Wydział Ekonomii i Finansów  
Katedra Gospodarki Regionalnej  
ul. Komandorska 118/120  
53-345 Wrocław, Polska  
e-mail: malgorzata.markowska@ue.wroc.pl

**Andrzej Sokołowski**, profesor statystyki w Uniwersytecie Andrzeja Frycza Modrzewskiego w Krakowie, Wydział Zarządzania i Komunikacji Społecznej. Jego działalność naukowa koncentruje się na zastosowaniu metod statystycznych w takich dziedzinach jak ekonomia, zarządzanie, medycyna, sport, polityka i muzyka. W statystyce teoretycznej interesuje się statystyką matematyczną, analizą wielowymiarową i statystyką medyczną. Jest autorem ponad 60 rozdziałów w książkach i monografiach, 160 artykułów naukowych i 150 wystąpień na konferencjach. Przez trzy kadencje był prezesem Polskiego Towarzystwa Klasyfikacyjnego, a przez prawie dwadzieścia lat członkiem Rady Międzynarodowej Federacji Towarzystw Klasyfikacyjnych.

**Andrzej Sokołowski**, is a Professor of Statistics at the Andrzej Frycz Modrzewski Krakow University, at the Faculty of Management and Social Communication. His academic activity is concentrated on the application of statistical methods in such fields as economics and management, medicine, sports, politics and music. In theoretical work he is interested in mathematical statistics, multivariate analysis and medical statistics. He is an author of more than 60 chapters in books and monographs, 160 academic papers and 160 contributions at conferences. For three terms he was President the Polish Classification Society and for almost twenty years he was a member of International Federation of Classification Societies Council.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2787-6665>

**Adres / Address:**

Uniwersytet Andrzeja Frycza Modrzewskiego w Krakowie  
Wydział Zarządzania i Komunikacji Społecznej  
ul. Gustawa Herlinga Grudzińskiego 1  
30-705 Kraków, Polska  
e-mail: andrzej.sokolowski@uek.krakow.pl

**Jacek Wychowanek**, dr, adiunkt, Wyższa Szkoła Zarządzania i Przedsiębiorczości z siedzibą w Wałbrzychu, Wydział Edukacji, Biznesu i Inżynierii. Autor kilkunastu artykułów naukowych. W pracy naukowej podejmuje tematykę roli innowacji i tradycji w budowaniu konkurencyjności małych przedsiębiorstw w branży piekarniczo-cukierniczej oraz funkcjonowania firm rodzinnych. Spełnia się w funkcji łącznika między nauką a biznesem. Jako nauczyciel akademicki, a także przedsiębiorca dzieli się doświadczeniami związanymi ze współpracą z instytucjami otoczenia społeczno-gospodarczego.

**Jacek Wychowanek**, PhD, assistant professor in Wałbrzych Higher School of Management and Entrepreneurship, Faculty of Education, Business and Engineering. Author of several academic articles. In his research work, he discusses the role of innovation and tradition in developing competitive advantage for small enterprises in the bakery and confectionery industry as well as the functioning of family businesses. He feels fulfilled in playing the role of a link between science and business. As an academic teacher and an entrepreneur, he supports students with his experience in cooperation with institutions in the socio-economic environment.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0706-2875>

**Adres / Address:**

Wyższa Szkoła Zarządzania i Przedsiębiorczości w Wałbrzychu  
Wydział Edukacji, Biznesu i Inżynierii  
ul. Wrocławska 10  
58-309 Wałbrzych, Polska  
e-mail: wychowanek@poczta.wwszip.pl